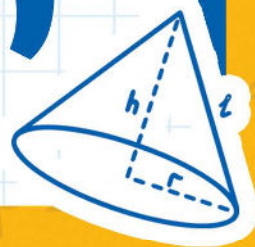
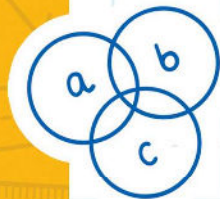


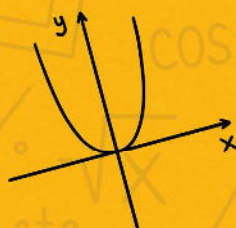
# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



ماہلین  
انتشارات

نگاہ نہایی به مرور و تمرین ریاضی یازدهم

صافیه کر



سرشناسه: کر، صافیه، ۱۳۶۰-

عنوان و نام پدیدآور: نگاه نهایی به مرور و تمرین ریاضی یازدهم/صافیه کر؛ مدیر تالیف فهیمه رئیسی؛ ویراستار علی مرجی.

مشخصات نشر: تهران: ماهلین، ۱۴۰۳.

مشخصات ظاهری: ۸۱ ص.: جدول، نمودار.

شابک: 978-622-91135-8-5

وضعیت فهرست نویسی: فیپا

شناسه افزوده: رئیسی، فهیمه، ۱۳۶۸-

شماره کتابشناسی ملی: ۹۶۳۰۴۸۴

اطلاعات رکورد کتابشناسی: فیپا

ISBN: 978-622-91135-5-4



9 786229 113554



ناشر: ماهلین

عنوان کتاب: نگاه نهایی به مرور و تمرین ریاضی یازدهم

مؤلف: صافیه کر

مدیر تالیف: فهیمه رئیسی

صفحه آرای: سیده شهلا حاتمی

مصحح: سیده شهلا حاتمی

ویراستار: علی مرجی

گرافیکست: سیده ساناز موسوی

شمارگان: ۱۰۰ نسخه

قیمت: ۳۹۵۰۰۰ هزار تومان

ماهلین  
انتشارات



# مقدمه ناشر

سلام به روی ماهتون... 😊

صدای من رو از آسمان نشر ایران می شنوید ، از ماهلین...

از ماهی که هدفش نوری نو برای توسعه ی دبیر هست ✨

ماهلین میگه...

دنبال مثال نباش!

خودت مثال شو! 🙌

✅ هستن ادمایی که تو مدت کم بهترین نتیجه رو میگیرن! ادمایی که مثال زدنی میشن!

👉 ولی مطمئنم که این آدمای مثال زدنی به اخلاق خوبی داشتن! اینکه اونا دنبال مثال نبودن! اونا اونقدر

خوب بودن که خودشون #مثال شدن 🙌

✅ اگه زندگینامه بهترین ها رو بخونین متوجه میشین آدمای بزرگ تفکرشون 🤔 اینجوریه:

"اگه کسی تونسته پس منم میتونم! اگه کسی نتونسته من نفر اول میشم

✓ تو میتونی مثال زدنی باشی 😊

🤔 فکرشو کن اگه قرار بود همه اونایی که مثال زدنی شدن دنبال مثال میگشتن هیچ وقت به این

جایگاه نمیرسیدن! 😎

100 جرات کن... 🤓 کاری انجام بده که در آینده همه به افتخاراتت کف بززن 🙌👏

وقتش رسیده... تصمیم زندگیتو بگیر! همین الان ⌚

وقتشه پاشو 🙌 براش تلاش کن تا بهش برسی 🎯

✓ توکل... تلاش... تمرین... انگیزه... این موارد واسه رسیدن به موفقیت لازمه 🎓

#موفقیت\_حق\_توئه

اگه خواستی با ماهلین در ارتباط باشی و ستاره پر نور ما باشی

📍 Mahlin\_books | آدرس پیج و کانال تلگرام:

☎ ۰۹۱۲۴۴۹۰۶۲۵

☎ ۰۲۱۶۶۰۹۱۲۴۱

شماره تماس:



# مقدمه مولف

سلام دانش آموز عزیزم

اومدم تا بهت کمک کنم از نمره نهایی ریاضی راضی باشی! 😊

مرور سریع و کلی تمرین های مفهومی و شبیه سازی سوالات نهایی رو آوردم تو این کتاب تا شما دیگه نگران امتحان نهایی ریاضی نباشی. 😊

خوشحالم میتونم بهت کمک کنم تا موفقیتت رو در امتحان نهایی جشن بگیری. همه قسمت های هفت فصل کتاب ریاضی در قسمت مرور آورده شده و تک تک سوالاتی که شبیه نهایی هست برای هر فصل گنجانده شده! 😊

و مهم تر اینکه هم میتونی پاسخ ها رو بصورت متنی در ابتدای کتاب دانلود کنی و هم برای تک تک تمرین ها ویدیوی حل شده توسط خودم رو که کیو آر کد اونها در کنارشان گذاشته شده، دانلود کنی و ببینی، البته پس از حل کردنش توسط خودت!!

مرور رو بخون! تمرین ها رو حل کن! ویدیوها رو ببین! 😊  
بهت قول میدم نمره ایی که میخواهی رو میگیری! 😊

عزیزان دوتا نمونه سوال نهایی گذاشتیم بدون جواب 😊 چون اگر به سؤال ها پاسخ بدین بفرستید به آیدی اینستاگرام یا تلگرام، هدیه 📖 ایش براتون یک جلسه رفع اشکال شب قبل امتحان در اسکای روم بصورت آنلاین دارم. 😊

راه ارتباطی بامن

آدرس پیج و کانال تلگرام: [riyazicoach](#)

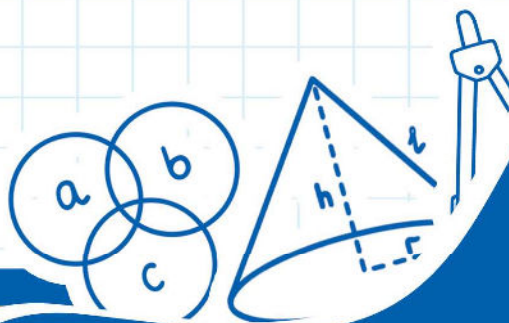




# فهرست



۶	هندسه تحلیلی و جبر خطی
۱۹	هندسه
۲۸	تابع
۳۵	مثلثات
۴۷	تابع نمایی و لگاریتمی
۵۶	حد و پیوستگی
۶۹	آمار و احتمال
۷۷	سوالات امتحان نهایی





## فصل اول

# هندسه تحلیلی و جبر

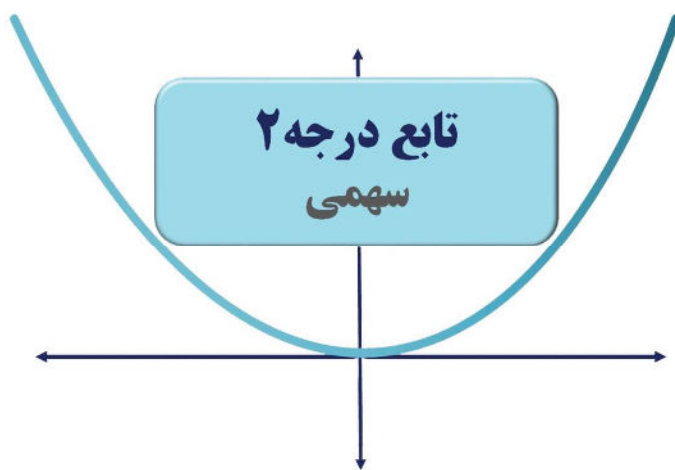
درس اول: هندسه تحلیلی

درس دوم: معادله درجه دوم و تابع درجه ۲

درس سوم: معادلات گویا و معادلات رادیکالی

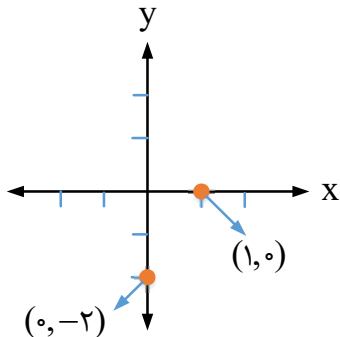
ماهین

انتشارات



## فصل اول / درس اول / هندسه تحلیلی و جبر / در یک نگاه

مختصات هر نقطه روی محور طولها  $(x, 0)$  و هر نقطه روی محور عرضها  $(0, y)$  است.



**۲- شیب خط:** شیب یک خط برابر است با نسبت تفاضل عرض‌های هر دو نقطه‌ی دلخواه روی آن به تفاضل طول‌های همان دو نقطه.

$$A(x_A, y_A)$$

$$B(x_B, y_B)$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{شیب خط}$$

### توجه

اگر معادله‌ی خط به صورت  $ax + by + c = 0$  باشد، آن‌گاه:

$$m = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y}$$

**مثال ۱؟** شیب خط  $2x - 3y - 7 = 0$  برابر است با:  $m = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

**۳- نوشتن معادله خط:** اگر مختصات دو نقطه  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  از خط را داشته باشیم، می‌توانیم معادله آن را بنویسیم. به این صورت که ابتدا شیب خط را بدست می‌آوریم و سپس یکی از دو نقطه را در فرمول  $y - y_0 = m(x - x_0)$  جایگذاری می‌کنیم.

**مثال ۲؟** معادله‌ی خط گذرنده از دو نقطه  $A(-1, 2)$  و  $B(2, 8)$  را بنویسید.



$$m = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{\text{جایگذاری می‌کنیم به جای } (x_0, y_0)} y - 2 = 2(x - (-1)) \rightarrow y - 2 = 2x + 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x + 4}$$

معادله‌ی خط

### توجه

هر خط که موازی محور  $x$ ها باشد (خطهای افقی) معادله آن‌ها به صورت  $y = \beta$  است که در آن  $\beta$  محل برخورد خط با محور  $y$ هاست و شیب این نوع خطها برابر صفر است.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$



$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

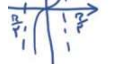
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



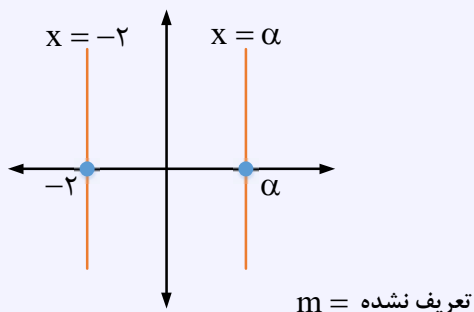
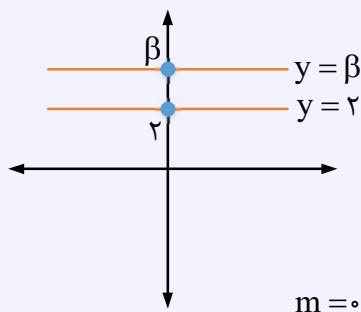
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



**توجه**

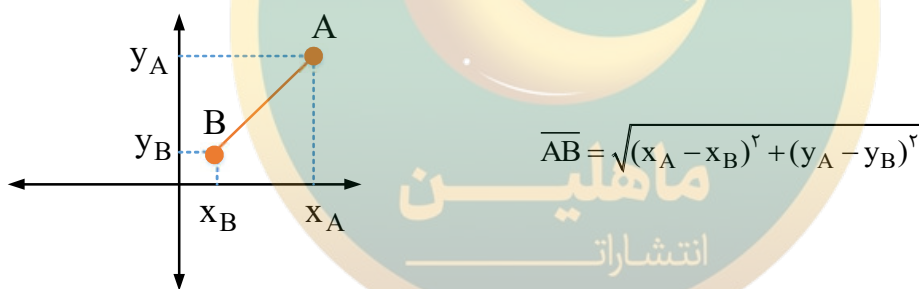
هر خط موازی محور  $y$  ها (خطهای قائم) معادله‌ی آن‌ها به صورت  $x = \alpha$  است که در آن محل برخورد خط با محور  $x$  ها است. شیب این نوع خط برابر  $\infty$  (تعریف نشده) است.



**۴- وضعیت دو خط نسبت به هم:** دو خط  $L_1$  و  $L_2$  را با شیب‌های  $m_1$  و  $m_2$  در نظر بگیرید.

- **حالت اول)** اگر  $m_1 = m_2$  باشد، آن‌گاه دو خط موازی‌اند.
- **حالت دوم)** اگر  $m_1 \times m_2 = -1$  یا  $m_1 = -\frac{1}{m_2}$  (قرینه معکوس)، آن‌گاه دو خط بر هم عمودند.
- **حالت سوم)** اگر  $m_1 \neq m_2$  باشد، آن‌گاه متقاطع‌اند.

**۵- فرمول طول پاره‌خط (فاصله دو نقطه):**



**۶- مختصات نقطه وسط پاره‌خط:** اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه در صفحه‌ی مختصات باشند، مختصات نقطه  $M$ ، وسط پاره‌خط

$$M = (x_M, y_M) = \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

AB برابر است با:

**توجه**

در اغلب سوالاتی که سخن‌ای میانه‌ی وارد بر یک ضلع می‌آید، پیدا کردن نقطه وسط آن ضلع، اولین کار خواهد بود.

**۷- فاصله‌ی یک نقطه از یک خط:** فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(x_0, y_0)$  از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:

$$AH = d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$\sin = \frac{y}{r}$   
 $\cos = \frac{x}{r}$   
 $\tan = \frac{y}{x}$   
 $\sec = \frac{1}{\cos}$   
 $\csc = \frac{1}{\sin}$   
 $\cot = \frac{1}{\tan}$   
 $\text{cosec} = \frac{1}{\csc}$   
 $\sin^2 + \cos^2 = 1$   
 $\sec^2 = 1 + \tan^2$   
 $\csc^2 = 1 + \cot^2$   
 $\tan = \frac{\sin}{\cos}$   
 $\cot = \frac{\cos}{\sin}$   
 $\sec = \frac{1}{\cos}$   
 $\csc = \frac{1}{\sin}$   
 $\sin = \frac{y}{r}$   
 $\cos = \frac{x}{r}$   
 $\tan = \frac{\sin}{\cos}$   
 $\cot = \frac{\cos}{\sin}$   
 $\sec = \frac{1}{\cos}$   
 $\csc = \frac{1}{\sin}$



توجه

در اغلب سؤالاتی که صحبت از ارتفاع وارد بر یک ضلع پیش می‌آید، طول ارتفاع مورد نظر از همین رابطه ی AH بدست می‌آید.

۱۱- فاصله یک نقطه از مبدأ مختصات: نقطه  $O(0,0)$  و  $A(x_A, y_A)$  را در نظر بگیرید.

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

۱۲- فاصله ی دو خط موازی: به دو صورت می‌توان فاصله ی دو خط موازی را بدست آورد.

● حالت اول: یک نقطه ی دلخواه از یکی از خطوط را در نظر می‌گیریم و فاصله ی آن نقطه را از خط دیگر به دست می‌آوریم.

● حالت دوم: از فرمول زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

$$L_1 : ax + by + c = 0$$

$$L_2 : ax + by + c' = 0$$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

توجه

در حالت دوم دقت کنید ضرایب a و b در هر دو خط برابر شوند.

ماهلیین  
انتشارات

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$



$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

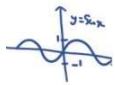
$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

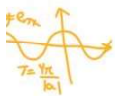


$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

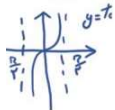
$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$



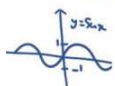
$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$



درس اول / هندسه تحلیلی و جبر

تمرینات



نقاط  $A(0, 1)$ ،  $B(1, 4)$  و  $C(3, 0)$  سه رأس مثلث هستند. طول میانه  $AM$  را پیدا کنید.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a^2 = c^2 m + a^2$$

$$1 = 2km + 1 - n$$



$$L = r\theta$$

$$t = \frac{r}{v}$$

$$P_1 \sin \alpha = \frac{r}{c}$$

$$+ Q_1 \sin \alpha = \frac{r}{c}$$

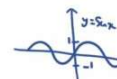


خط  $3x - 4y = 1$  بر دایره‌ای به مرکز  $O(2, -1)$  مماس است. شعاع دایره را بیابید.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$Q_2 \sin \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$



دو نقطه‌ی  $A(6, 1)$  و  $B(4, -5)$  را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ از وسط پاره‌خط  $AB$  را بیابید.

$$h \sin \alpha = \frac{r}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{Q_2 \sin \alpha - \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$Q_2 \sin \alpha = Q_2 \sin \alpha - h$$

$$d_1^2 + (Q_2)^2 = r^2$$



مثلث  $ABC$  با سه رأس  $A(1, 4)$ ،  $B(-2, -2)$  و  $C(6, 2)$  مفروض است.  
الف) معادله ضلع  $AB$  را بنویسید.  
ب) معادله میانه  $AM$  را بنویسید.

$$r^2 = x^2 + y^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$r^2 = m^2 + Q_2^2 = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = 1$$

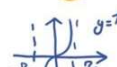
$$Q_2 \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{r}{c}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{r}{c}$$

$$d_1^2 + (Q_2)^2 = 1 + d^2$$



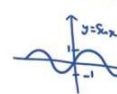
اگر نقاط  $A(2, 5)$ ،  $B(3, 0)$  و  $C(1, -2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند، معادله ارتفاع  $AH$  را بنویسید.



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$Q_2 \sin \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$



$$h \sin \alpha = \frac{r}{c}$$

$$2 \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{r}{c}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{r}{c}$$



دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات  $y = x + 1$  و  $2x - 2y = 3$  هستند. مساحت این مربع را بدست آورید.



اگر  $A(2, 4)$  و  $B(4, -2)$  دو سر قطر یک دایره باشند، مختصات مرکز دایره را بیابید.



قرینه‌ی نقطه  $C(1, 2)$  نسبت به نقطه  $M(-1, 4)$  را به دست آورید.



نقاط  $A(2, 3)$ ،  $B(-1, 0)$  و  $C(1, -2)$  سه رأس از مستطیل ABCD هستند. مختصات رأس چهارم آن را بیابید.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$



$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

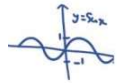
$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{y \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

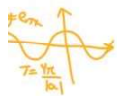


$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos x$$

$$\cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin x$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos x$$

$$\cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin x$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

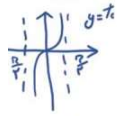
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{1 + \sin 2\alpha}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin 2\alpha}$$

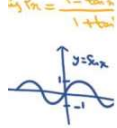
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin \alpha = \frac{y \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos x$$

$$\cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin x$$



## فصل اول / درس دوم و سوم / سهمی و معادلات گویا و رادیکالی

روش تغییر متغیر برای حل معادله: برای حل دسته‌ی خاصی از معادلات، می‌توان از حل معادلات درجه دوم استفاده کرد.

با حل یک مثال توضیح می‌دهیم:

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

برای حل این معادله  $x^2 = u$  و  $x^4 = u^2$  قرار می‌دهیم:

$$u^2 - 10u + 9 = 0$$

حال می‌توان از روش‌هایی مانند تجزیه به کمک اتحادها یا دلتا استفاده کرده و جواب‌ها را بدست آوریم:

$$u^2 - 10u + 9 = 0 \Rightarrow (u-9)(u-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} u-9=0 \Rightarrow u=9 \xrightarrow{u=x^2} x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3 \\ u-1=0 \Rightarrow u=1 \xrightarrow{u=x^2} x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

روابط بین ریشه‌های یک معادله‌ی درجه ۲:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم باشند:

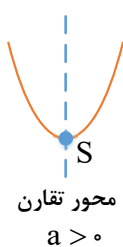
$$\alpha + \beta = S = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = P = \frac{c}{a}$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ : نوشتن معادله با داشتن ریشه‌ها}$$

**۱P- سهمی:** نمودار درجه دوم یا همان سهمی همواره به یکی از دو صورت زیر است:



### توجه

- ۱ اگر  $a > 0$  باشد، سهمی دارای کمترین مقدار (مینیمم) و اگر  $a < 0$  باشد، سهمی دارای بیشترین مقدار (ماکزیمم) است.
- ۲ در واقع مینیمم یا ماکزیمم سهمی، همان  $y$  (عرض) رأس سهمی است.
- ۳ بهتر است  $x$  رأس سهمی را بدست آورده و در معادله جایگذاری کنیم تا  $y$  بدست آید.

$$\text{رأس سهمی } S(x, y) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \cos \alpha = \frac{x}{r}, \tan \alpha = \frac{y}{x}$$



$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

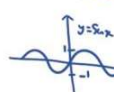
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$